大内　元気　（おおうち　げんき／OUCHI, Genki）　助教

研　究　室　理学部A館 353号室　(内線番号 5567)
電子メール　genki.ouchi@math.nagoya-u.ac.jp

研究テーマ

- 代数幾何学
- 広義のCalabi-Yau多様体とFano多様体
- 導来圏

研究テーマの概要

空間を記述する古典的な手法として,

(A) 方程式を用いるもの
(B) パラメーターを用いるもの

があります.

いくつかの多項式の共通零点として記述できるような空間を代数多様体といいます. 代数幾何学は, 代数多様体を研究する学問です. 代数多様体は, その定義から(A)の手法に基づいた研究対象となります. 代数幾何学においても(B)の手法が有効な場合があります. 代数多様体Mの点が, 特定の数学的対象によってパラメトライズされているとき, Mはモジュライ空間と呼ばれます. 私は, K3曲面や既約正則シンプレクティック多様体, Fano多様体の幾何学について, 代数幾何学やモジュライ理論の観点から研究してきました. 代数幾何学の古典的な手法やモジュライ理論に加えて, 連接層の導来圏の理論を用いることで個々の代数多様体の深い性質を記述することを目指しています.

K3曲面は2次元のCalabi-Yau多様体であり, 代数曲面の中でも基本的な対象です. K3曲面は, (A)の手法に基づいた代数多様体としての具体的記述だけでなく, (B)の手法に基づいたモジュライ空間としての記述をもつことがあります. このことから, K3曲面は, (A)と(B)の両方の手法を用いて研究することができます. 既約正則シンプレクティック多様体は, 正則シンプレクティック形式の存在に注目して, K3曲面を一般化した概念です. 高次元の既約正則シンプレクティック多様体の具体例は, K3曲面やアーベル曲面に関連するモジュライ空間を用いて構成されます. 連接層の導来圏は, モジュライ理論と相性が良い概念で, K3曲面や既約正則シンプレクティック多様体を調べる上で有用な道具になります. 論文[1]や[2]では, 連接層の導来圏とモジュライ理論を用いることで, 既約正則シンプレクティック多様体の幾何学について調べました.

代数多様体Xに対して, X上の連接層の導来圏$D(X)$が定義されます. $D(X)$は, X上の連接層の有界複体からなる三角圏です. Kontsevichによるホモロジー的ミラー対称性予想の提唱以降, 連接層の導来圏は代数幾何学, シンプレクティック幾何学, 表現論, 超弦理論など様々な分野と密接に関わりながら研究されてきました. 連接層の導来圏は, 異なる数学的対象を結びつけるのに長けた不変量だといえます. 論文[3]では, 4次元3次超曲面とK3曲面の導来圏の関係を用いて, 4次元3次超曲面とK3曲面の対称性を比較しました.

4次元3次超曲面はFano多様体ですが, 様々な観点からK3曲面とよく似た性質をもちます. K3曲面と似た性質をもつFano多様体は, 4次元3次超曲面以外にもいくつか知られています. 連接層の導来圏を用いて, このようなFano多様体とK3曲面について統一的に調べていこうと考えています.

主要論文・著書

[1] G. Ouchi, Lagrangian embeddings of cubic fourfolds containing a plane, Compositio Math., **153** (2017), no. 5, 947–972.

[2] G. Ouchi, Automorphisms of positive entropy on some hyperKähler manifolds via derived automorphisms of K3 surfaces, Adv. Math., **335** (2018), 1–26.

[3] G. Ouchi, Automorphism groups of cubic fourfolds and K3 categories, Algebraic Geometry., **8** (2) (2021), 171–195.

経歴

2017 年	東京大学大学院数理科学研究科数理科学専攻博士課程修了
2017 年	日本学術振興会特別研究員 PD
2018 年–2020 年	理化学研究所数理創造プログラム基礎科学特別研究員
2020 年	名古屋大学大学院多元数理科学研究科助教

学生へのメッセージ

代数幾何学の定番の教科書は,

(1) M.F. Atiyah, I.G. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra, Westview Press (1968)

(2) R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Graduate Texts in Mathematics **52**, Springer (1977)

です. (1) は, 可換環論の入門書, (2) はスキーム論に基づいた代数幾何学の入門書です. (1) と (2) は, 代数学の言葉で書かれています. 複素数体上定義された代数多様体を扱う際は, スキーム論に基づいた代数的な視点だけでなく多様体論に基づいた幾何学的な視点も重要です.

(3) 川又 雄二郎, 代数多様体論, 共立出版, 21 世紀の数学 19 巻.

(3) では, 複素代数幾何学でよく使う基本的な事柄がコンパクトにまとまっています.

連接層の導来圏の定番の教科書は,

(4) D. Huybrechts, Fourier-Mukai Transforms in Algebraic Geometry, Oxford Univ. Press (2006)

です. (4) で連接層の導来圏について基本的な事柄をある程度学んだら, あとは興味のある論文を読んでいくといいと思います.

(5) 戸田 幸伸, 連接層の導来圏に関わる諸問題, 数学書房, 問題・予想・原理の数学 1.

(5) は, 連接層の導来圏について解説した読み物です. 技術的な細部よりもストーリーを重視して書かれています. 連接層の導来圏に興味がある人は参考になると思います.